

ÇEKME ALMAYAN İKİ PARAMETRELİ ELASTİK ZEMİNE OTURAN TİMOSENKO KİRİŞİNİN ZORLANMIŞ TİTREŞİMLERİ

İrfan Coşkun ¹, Hasan Engin ², Ayfer Tekin ¹

¹Y.T.Ü. İnşaat Fak., İnşaat Müh. Bölümü, Yıldız/İstanbul

²İ.T.Ü. İnşaat Fak., İnşaat Müh. Bölümü, Maslak/İstanbul

ÖZET

Bu çalışmada, çekme almayan Pasternak zeminine oturan bir sonlu kirişin harmonik tekil yük etkisi altında titreşimleri Timoshenko kiriş teorisi çerçevesinde incelenmiştir. Kirişin zemine tam batmadığı kabul edilerek probleme ait yönetici denklemler elde edilmiş ve analitik/sayısal yöntemlerle çözülmüştür. Zemin ve boyutsuz zorlama frekansı parametreleri ile dönme eylemsizliği ve kayma deformasyonunun ayrılma noktasının yeri ile düşey yer değiştirmeler üzerindeki etkisi grafikler yardımıyla incelenmiştir.

ABSTRACT

In this study, within the framework of Timoshenko beam theory, forced vibrations of a finite beam resting on a tensionless Pasternak foundation under the effect of a harmonic concentrated load is investigated. Assuming that the beam is partially in contact with the foundation, the governing equations of the problem are obtained and then solved by using analytic/numerical methods. The effects of foundation parameters, dimensionless forcing frequency parameter, rotatory inertia and shear deformation on the coordinate of the lift-off point and the vertical displacements are studied by means of graphics.

1.GİRİŞ

Elastik zemine oturan kiriş problemi ile bina, zemin, otoyol ve demiryolu yapılarının analizinde sık sık karşılaşılmaktadır. Problemin çözümü için kirişin mekanik davranışı yanında zeminin mekanik davranışının ve kirişle zemin arasındaki etkileşimin de bilinmesi gerekmektedir. Kiriş problemlerinin analizinde çoğunlukla kayma deformasyonlarının etkisinin ihmal edildiği Bernoulli-Euler teorisi göz önüne alınmaktadır. Narin kirişler için bu ihmal geçerli olmakla birlikte, yüksekliği açıklığına oranla büyük olan kirişlerde kayma etkisi önemli olabilmektedir. Bu durumda ise kirişte kayma etkisinin de dikkate alındığı Timoshenko kiriş modeli kullanılmaktadır. Kiriş-zemin etkileşim problemlerinin çoğunda, matematiksel basitlik nedeniyle, elastik zemin Winkler zemini olarak modellenmektedir.

Bu modelde zeminin sonsuz sayıda yan yana yerleştirilmiş bağımsız yaylardan oluştuğu ve yayların yer değiştirme ile orantılı olarak kirişe tepki kuvveti uyguladığı kabul edilmektedir. Yaylar arasındaki etkileşimi dikkate almadığı için bu model bazı durumlarda gerçekçi olmamaktadır. Bu nedenle yaylar arasındaki etkileşimi de dikkate alan çeşitli iki parametrelili zemin modelleri geliştirilmiştir [1]. Bu modellerden biri olan Pasternak modelinde, yaylar arasında kayma etkileşiminin olduğu kabul edilmektedir. Bu etkileşim ise, yayların uçlarını kirişe bağlayan ve yalnız kayma deformasyonlarına karşı koyabilen bir tabaka ile sağlanmaktadır. İki parametrelili olan bu modelde birinci parametre (K) Winkler zemin parametresini, ikinci parametre (K_G) ise kayma tabakasının rijitliğini göstermektedir. Bir veya iki parametrelili elastik zemine oturan kirişlerin statik/dinamik analizini içeren çalışmalarda genellikle, zeminin basınç yanında çekme gerilmelerini de aktardığı kabul edilmektedir. Bu yaklaşım, sınırlarda kirişle zemin arasında yapışmanın tam olarak sağlanmadığı durumlarda gerçekçi olmamaktadır. Bu nedenle kirişin yalnızca basınç gerilmesi aktardığı kabulüne dayanan çözümler yapılmaktadır. Çekme almayan zemine oturan kiriş problemlerinde, kirişin zeminden ayrıldığı bölgelerde zeminin etkisinin olmaması nedeniyle sistemin davranışı değişmektedir. Ayrılma noktasının yerinin (temas bölgesinin uzunluğunun) başlangıçta bilinmemesi nedeniyle, yönetici denklemler ve sınır koşulları doğrusal olduğu halde, problem doğrusal olamayan bir karakter göstermektedir.

Çekme almayan elastik zemine oturan sonsuz kirişlerin statik/dinamik yük etkisi altındaki davranışı Tsai ve Westmann [2], Weitsman [3-4], Choros ve Adams [5] ve Lin ve Adams [6] tarafından incelenmiştir. Bu tür bir zemine oturan sonlu kirişlerin statik/dinamik davranışları ise Kerr ve Coffin [7], Celep, Malaika ve Abu-Hussein [8], Coşkun ve Engin [9], Coşkun [10], Zhang ve Murphy [11] tarafından incelenmiştir. Yapılan bu çalışmalarda, problem Bernoulli-Euler kiriş teorisi çerçevesinde incelenmiş ve kirişin zeminden ayrıldığı noktaların koordinatları (temas bölgesi/bölgeleri) bulunarak bunların çeşitli parametrelere göre değişimi verilmiştir. Pasternak zeminine oturan Timoshenko kirişlerinin dinamik analizi ise Wang ve Stephens [12], Yokoyama [13], Roza [14], Matsunaga [15], Mously [16] ve Kargarnovin [17] tarafından yapılmıştır. Bu çalışmalarda ise zeminin basınç yanında çekme gerilmeleri de aktardığı kabul edilmiştir.

Bu çalışmada, çekme almayan Pasternak zeminine oturan bir sonlu kirişin harmonik tekil yük etkisi altındaki davranışı, kayma deformasyonlarının ve dönme eylemsizliğinin dikkate alındığı Timoshenko kiriş teorisi çerçevesinde incelenmiştir. Kirişin tam batmadığı kabul edilerek temas ve ayrılma bölgelerine ait hareket denklemleri elde edilmiş ve analitik/sayısal yöntemlerle çözülmüştür. Çözüm sonunda, zemin parametreleri ile kayma ve dönme eylemsizliğinin temas boyunun değişimi üzerindeki etkileri grafikler yardımıyla incelenmiştir.

2.PROBLEMİN FORMÜLASYONU

Şekil 1 de, yalnız basınç gerilmesi aktaran Pasternak zeminine oturan ve ortasından etkileyen $P(t) = P_0 e^{i\Omega t}$ harmonik tekil kuvvetine maruz L boyundaki Timoshenko kirişi görülmektedir. Zemin çekme gerilmesi aktarmadığından, $x = \pm l$ noktalarında kirişin zeminden ayrıldığı kabul edilmektedir.

Zorlama harmonik olduğuna göre kiriş ve zeminin davranışı da harmonik olacaktır. Bu durumda Ω zorlama fonksiyonunun frekansı olmak üzere, aşağıdaki ayrıklaştırmalar yapılabilir:

$$w(x,t) = W(x)e^{i\Omega t}, \quad \psi(x,t) = \Psi(x)e^{i\Omega t} \quad (6)$$

Çözüme geçmeden önce aşağıdaki boyutsuzlaştırmalar yapılmaktadır:

$$\begin{aligned} \xi &= x/L, \quad W(\xi) = W(x)/L, \quad \Psi(\xi) = \Psi(x)/L, \quad \delta(\xi) = L\delta(x), \quad X = l/L \\ \lambda_w &= \frac{KL^4}{EI}, \quad \lambda_{ws} = \frac{KL^2}{GAk^*}, \quad \lambda_p = \frac{K_GL^2}{EI}, \quad \lambda_{ps} = \frac{K_G}{GAk^*}, \quad R^2 = \frac{I}{AL^2}, \quad S^2 = \frac{EI}{GAk^*L^2} \\ \Omega_f^2 &= \frac{\rho AL^4}{EI}\Omega^2, \quad F_0 = \frac{P_0L^2}{EI} \end{aligned} \quad (7)$$

Bu boyutsuz büyüklüklerin kullanılması ve ara işlemlerden sonra (1-4) denklemleri yerine, yalnız düşey yer değiştirmeler ve kesit dönmeleri cinsinden aşağıdaki boyutsuz denklemler elde edilmektedir:

$$\begin{aligned} (1 + \lambda_{ps})W_1^{(4)} - [\lambda_p + S^2\lambda_w - \Omega_f^2(S^2 + R^2 + R^2\lambda_{ps})]W_1^{(2)} \\ + [\lambda_w + \Omega_f^2(R^2S^2\Omega_f^2 - 1 - R^2\lambda_{ws})]W_1 = F_0\delta(\xi), \quad 0 \leq \xi \leq X \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} (1 + \lambda_{ps})\Psi_1^{(4)} - [\lambda_p + S^2\lambda_w - \Omega_f^2(S^2 + R^2 + R^2\lambda_{ps})]\Psi_1^{(2)} \\ + [\lambda_w + \Omega_f^2(R^2S^2\Omega_f^2 - 1 - R^2\lambda_{ws})]\Psi_1 = 0 \end{aligned} \quad (9)$$

$$W_2^{(4)} + [\Omega_f^2(S^2 + R^2)]W_1^{(2)} + [\Omega_f^2(R^2S^2\Omega_f^2 - 1)]W_2 = 0, \quad X \leq \xi \leq 1/2 \quad (10)$$

$$\Psi_2^{(4)} + [\Omega_f^2(S^2 + R^2)]\Psi_1^{(2)} + [\Omega_f^2(R^2S^2\Omega_f^2 - 1)]\Psi_2 = 0 \quad (11)$$

Ayrılma bölgesindeki zemin yüzeyi için boyutsuz denklem ise aşağıdaki gibi olmaktadır:

$$\lambda_p W_3^{(2)} - \lambda_w W_3 = 0, \quad X \leq \xi < \infty \quad (12)$$

Boyutsuz halde probleme ait sınır ve süreklilik koşulları ise; ayrılma noktalarında düşey yer değiştirmelerin, eğimlerin, kesme kuvveti ve momentlerin eşitliğinden, yüksüz olan kiriş uçlarında kesme kuvveti ve momentlerin sıfır olmasından, simetriden ve zemin tabakası için yer değiştirmelerin sonlu kalmasından yararlanılarak, aşağıdaki gibi yazılmaktadır:

$$\begin{aligned} \Psi_1(0) &= 0, \quad W_1'(0) - L\Psi_1(0) = F_0S^2/2 \\ W_1(X) &= W_2(X), \quad W_1(X) = W_3(X), \quad W_1'(X) = W_3'(X), \quad L\Psi_1(X) = L\Psi_2(X) \\ W_1'(X) - L\Psi_1(X) &= W_2'(X) - L\Psi_2(X), \quad L\Psi_1'(X) = L\Psi_2'(X) \end{aligned}$$

$$W_2'(1/2) - L\Psi_2(1/2) = 0, \quad L\Psi_2'(1/2) = 0, \quad \lim_{\xi \rightarrow \infty} \{W_3\} \rightarrow \text{sonlu} \quad (13)$$

$W(\xi) = Ae^{m\xi}$ tipinden çözümler altında (8) ve (10) diferansiyel denklemlerine ait karakteristik polinomlar aşağıdaki gibi olmaktadır:

$$m^4 - bm^2 + c = 0 \quad (14)$$

$$m^4 + dm^2 + e = 0 \quad (15)$$

Bu denklemlerdeki b, c ve d, e terimleri, denklemlerin her iki tarafının dördüncü mertebe türevli terimin katsayısı ile bölünmesi ile elde edilen sabitleri göstermektedir. $\Delta_1 = b^2 - 4c$ tanımlaması ile birinci bölgede aşağıdaki durumlar ortaya çıkmaktadır:

(1a) $\Delta_1 > 0$ ve $\sqrt{\Delta_1} > b$ ise, $m_{1,2} = \pm\gamma$ ve $m_{3,4} = \pm i\mu$ gibi iki gerçel ve iki sanal kök vardır.

Bu durumda çözüm aşağıdaki gibidir:

$$W_1 = A_1 \cosh \gamma\xi + A_2 \sinh \gamma\xi + A_3 \cos \mu\xi + A_4 \sin \mu\xi \quad (16)$$

$$\Psi_1 = B_1 \cosh \gamma\xi + B_2 \sinh \gamma\xi + B_3 \cos \mu\xi + B_4 \sin \mu\xi \quad (17)$$

(1b) $\Delta_1 > 0$, $b > 0$ ve $\sqrt{\Delta_1} < b$ ise, $m_{1,2} = \pm\gamma$ ve $m_{3,4} = \pm\nu$ gibi dört gerçel kök vardır. Bu durumda çözüm aşağıdaki gibidir:

$$W_1 = A_1 \cosh \gamma\xi + A_2 \sinh \gamma\xi + A_3 \cosh \nu\xi + A_4 \sinh \nu\xi \quad (18)$$

$$\Psi_1 = B_1 \cosh \gamma\xi + B_2 \sinh \gamma\xi + B_3 \cosh \nu\xi + B_4 \sinh \nu\xi \quad (19)$$

(1c) $\Delta_1 > 0$, $b < 0$ ve $\sqrt{\Delta_1} < |b|$ ise $m_{1,2} = \pm i\gamma$ ve $m_{3,4} = \pm i\nu$ gibi dört sanal kök vardır. Bu durumda çözüm aşağıdaki gibidir:

$$W_1 = A_1 \cos \gamma\xi + A_2 \sin \gamma\xi + A_3 \cos \nu\xi + A_4 \sin \nu\xi \quad (20)$$

$$\Psi_1 = B_1 \cos \gamma\xi + B_2 \sin \gamma\xi + B_3 \cos \nu\xi + B_4 \sin \nu\xi \quad (21)$$

(1d) $\Delta = 0$ ve $b > 0$ ise $m_{1,2} = \sqrt{b/2}$ ve $m_{3,4} = -\sqrt{b/2}$ gibi gerçel iki katlı kök vardır. Bu durumda çözüm aşağıdaki gibi olmaktadır:

$$W_1 = (A_1 + A_2\xi)e^{\sqrt{b/2}\xi} + (A_3 + A_4\xi)e^{-\sqrt{b/2}\xi} \quad (22)$$

$$\Psi_1 = (B_1 + B_2\xi)e^{\sqrt{b/2}\xi} + (B_3 + B_4\xi)e^{-\sqrt{b/2}\xi} \quad (23)$$

(1e) $\Delta = 0$ ve $b < 0$ ise $m_{1,2} = i\sqrt{b/2}$ ve $m_{3,4} = -i\sqrt{b/2}$ gibi sanal iki katlı kök vardır. Bu durumda çözüm aşağıdaki gibi olmaktadır:

$$W_1 = (A_1 + A_2\xi)\cos\sqrt{b/2}\xi + (A_3 + A_4\xi)\sin\sqrt{b/2}\xi \quad (24)$$

$$\Psi_1 = (B_1 + B_2\xi)\cos\sqrt{b/2}\xi + (B_3 + B_4\xi)\sin\sqrt{b/2}\xi \quad (25)$$

(1f) $\Delta < 0$ ise $m_{1,2,3,4} = \pm(\alpha \pm i\eta)$ gibi dört karmaşık kök vardır. Bu durumda çözüm aşağıdaki gibi olmaktadır:

$$W_1 = (A_1 \cosh \alpha \xi + A_2 \sinh \alpha \xi) \cos \eta \xi + (A_3 \cosh \alpha \xi + A_4 \sinh \alpha \xi) \sin \eta \xi \quad (26)$$

$$\Psi_1 = (B_1 \cosh \alpha \xi + B_2 \sinh \alpha \xi) \cos \eta \xi + (B_3 \cosh \alpha \xi + B_4 \sinh \alpha \xi) \sin \eta \xi \quad (27)$$

(16-27) çözümlerindeki bazı katsayılar aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır:

$$\gamma = \sqrt{\frac{b + \sqrt{\Delta_1}}{2}}, \quad \mu = \sqrt{\frac{-b + \sqrt{\Delta_1}}{2}}, \quad \nu = \sqrt{\frac{b - \sqrt{\Delta_1}}{2}}, \quad \alpha = \sqrt{\frac{b}{4} + \sqrt{\frac{c}{4}}}, \quad \eta = \sqrt{-\frac{b}{4} + \sqrt{\frac{c}{4}}}$$

İkinci bölge için $\Delta_2 = d^2 - 4e$ ile aşağıdaki durumlar ortaya çıkmaktadır:

(2a) $\Delta_2 > 0$ ve $\sqrt{\Delta_2} > d$ ise $m_{1,2} = \pm \chi$ ve $m_{3,4} = -i\beta$ gibi iki gerçel ve iki sanal kök vardır. Bu durumda çözüm aşağıdaki gibi olmaktadır:

$$W_2 = C_1 \cosh \chi \xi + C_2 \sinh \chi \xi + C_3 \cos \beta \xi + C_4 \sin \beta \xi \quad (28)$$

$$\Psi_2 = D_1 \cosh \chi \xi + D_2 \sinh \chi \xi + D_3 \cos \beta \xi + D_4 \sin \beta \xi \quad (29)$$

(2b) $\Delta_2 > 0$ ve $\sqrt{\Delta_2} < d$ ise $m_{1,2} = \pm iq$ ve $m_{3,4} = \pm i\beta$ gibi dört sanal kök vardır. Bu durumda çözüm aşağıdaki gibidir:

$$W_2 = C_1 \cos q \xi + C_2 \sin q \xi + C_3 \cos \beta \xi + C_4 \sin \beta \xi \quad (30)$$

$$\Psi_2 = D_1 \cos q \xi + D_2 \sin q \xi + D_3 \cos \beta \xi + D_4 \sin \beta \xi \quad (31)$$

(2c) $\Delta_2 = 0$ ise $m_{1,2} = i\sqrt{d/2}$ ve $m_{3,4} = -i\sqrt{d/2}$ gibi sanal iki katlı kök vardır. Bu durumda çözüm aşağıdaki gibidir:

$$W_2 = (C_1 + C_2 \xi) \cos \sqrt{d/2} \xi + (C_3 + C_4 \xi) \sin \sqrt{d/2} \xi \quad (32)$$

$$\Psi_2 = (D_1 + D_2 \xi) \cos \sqrt{d/2} \xi + (D_3 + D_4 \xi) \sin \sqrt{d/2} \xi \quad (33)$$

(28-30) çözümlerindeki bazı katsayılar aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır:

$$\chi = \sqrt{\frac{-d + \sqrt{\Delta_2}}{2}}, \quad \beta = \sqrt{\frac{d + \sqrt{\Delta_2}}{2}}, \quad q = \sqrt{\frac{d - \sqrt{\Delta_2}}{2}}$$

Yüksüz zemin yüzeyini gösteren üçüncü bölgede ise çözüm, $s = \sqrt{\lambda_w / \lambda_p}$ ile, aşağıdaki gibi olmaktadır:

$$W_3 = E_1 e^{-s\xi} + E_2 e^{s\xi} \quad (34)$$

Yukarıda verilen üç bölgeye ait çözümlerde A_i, B_i, C_i, D_i ($i=1-4$) ve E_i ($i=1,2$) olmak üzere toplam 18 integral sabiti ortaya çıkmaktadır. Bununla beraber, A_i ve B_i sabitleri birbirinden bağımsız olmayıp, aşağıda boyutsuz olarak verilen (1) denklemi ile birbirlerine bağıdırlar.

$$-\left(\frac{1}{s^2} + \lambda_p\right) W_1'' + \frac{L}{s^2} \Psi_1' + (\lambda_w - \Omega_f^2) W_1 = 0 \quad (35)$$

Benzer şekilde, C_i ve D_i sabitleri de birbirlerine bağımsız olmayıp aşağıda boyutsuz olarak verilen (3) denklemi ile birbirlerine bağlıdır.

$$-\frac{1}{s^2}W_2'' + \frac{L}{s^2}\Psi_2' - \Omega_f^2 W_2 = 0 \quad (36)$$

(1a) ve (2a) çözüm durumları için sabitlerin birbiri cinsinden elde edilişi şöyledir. (16) ve (17) çözümlerinin (35) denkleminde yerine yazılıp düzenlenmesi ve trigonometrik fonksiyonların katsayılarının sıfıra eşitlenmesi ile B_i sabitleri, A_i sabitlerine bağlı olarak aşağıdaki gibi bulunmaktadır:

$$\begin{aligned} B_1 &= \frac{1}{L\gamma}[(1+s^2\lambda_p)\gamma^2 + s^2(\Omega_f^2 - \lambda_w)]A_2, & B_2 &= \frac{1}{L\gamma}[(1+s^2\lambda_p)\gamma^2 + s^2(\Omega_f^2 - \lambda_w)]A_1 \\ B_3 &= \frac{1}{L\mu}[(1+s^2\lambda_p)\mu^2 + s^2(\lambda_w - \Omega_f^2)]A_4, & B_4 &= \frac{1}{L\mu}[(-1-s^2\lambda_p)\mu^2 + s^2(\Omega_f^2 - \lambda_w)]A_4 \end{aligned}$$

Benzer şekilde (28) ve (29) çözümlerinin (36) denkleminde yerine yazılması ile sabitler arasında

$$\begin{aligned} D_1 &= \frac{1}{L\chi}(\chi^2 + s^2\Omega_f^2)C_2, & D_2 &= \frac{1}{L\chi}(\chi^2 + s^2\Omega_f^2)C_1 \\ D_3 &= \frac{1}{L\beta}(\beta^2 - s^2\Omega_f^2)C_4, & D_4 &= \frac{1}{L\beta}(-\beta^2 + s^2\Omega_f^2)C_3 \end{aligned}$$

bağıntıları elde edilmektedir. Böylece birinci ve ikinci bölgede toplam sekiz integral sabiti bilinmeyen olarak kalmakta; üçüncü bölgeden gelen iki sabit ve başlangıçta bilinmeyen ayrılma noktasının yeri ile birlikte problemde bilinmeyenlerin sayısı 11 olmaktadır. Bu bilinmeyenler (13) bağıntılarında verilen 11 koşul yardımıyla hesaplanabilmektedir.

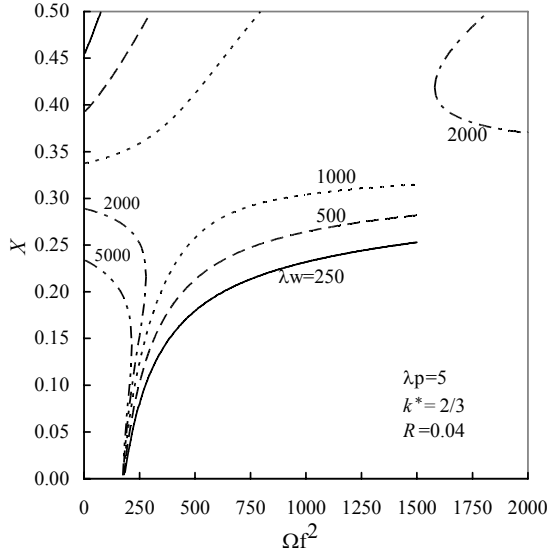
3.SONUÇLAR

Bu bölümde önceki bölümde elde edilmiş olan çözümlere ait sonuçlar verilmiştir. Yukarıda da belirtildiği gibi, üç bölge için yapılan çözümlerde, 10 adet integral sabiti ile ayrılma noktasının yeri bilinmeyen olarak ortaya çıkmaktadır. Elde edilen bağıntılar integral sabitlerine göre lineer olduğu halde, ayrılma noktasına göre lineer değildir. Bu nedenle problem sınır koşulları nedeniyle lineer olmayan bir problemdir. Sınır koşullarının kullanılması ile integral sabitlerinin yok edilmesi sonucu elde edilen lineer olmayan denklemin kök/kökleri, ayrılma noktasının yerini vermektedir. Sayısal işlemler için, $k^*=2/3$; $2/5$; $5/6$, $E/G=8/3$ ($\nu=1/3$) ve $R=0.01-0.10$ olarak alınmıştır

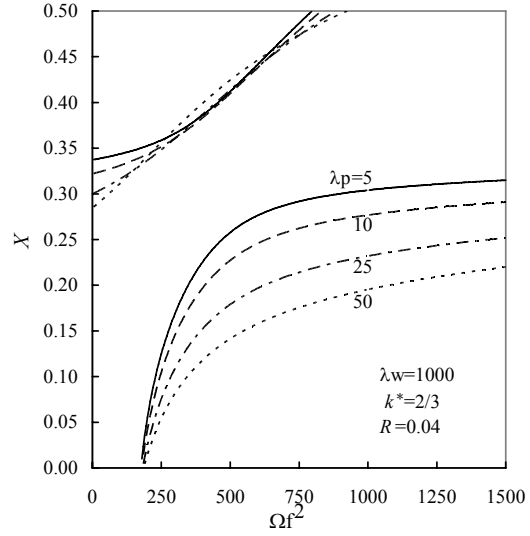
Şekil 2'de Winkler zemin parametresinin farklı değerleri için ayrılma noktasının frekansla değişimi verilmiştir. Şekilden de görüldüğü gibi zemin ve frekans parametrelerinin farklı değerleri için tek veya iki çözüm (aynı frekansta iki farklı temas boyu) elde edildiği halde, bazı değerler için çözüm elde edilememiştir. Bu durumda kirişin zeminden ayrılmadığı kabul edilmiştir. Bazı frekans değerlerinde ise kirişin orta kısmının (temas bölgesi) zeminden ayrıldığı gözlenmiştir. Şekil 3'de Pasternak zemin parametresinin farklı değerleri için ayrılma noktasının frekansla değişimi verilmiştir. Şekilden, ayrılma noktasının frekansla büyüdüğü, λ_p değerinin büyümesi ile de ayrılma noktasının küçüldüğü görülmektedir.

Şekil 4 ($\lambda_p=5$) ve Şekil 5'de ($\lambda_p=25$), dönme eylemsizliğinin farklı değerleri için ayrılma noktasının frekansla değişimi verilmiştir. Her iki şekilden de dönme eylemsizliği ve frekans

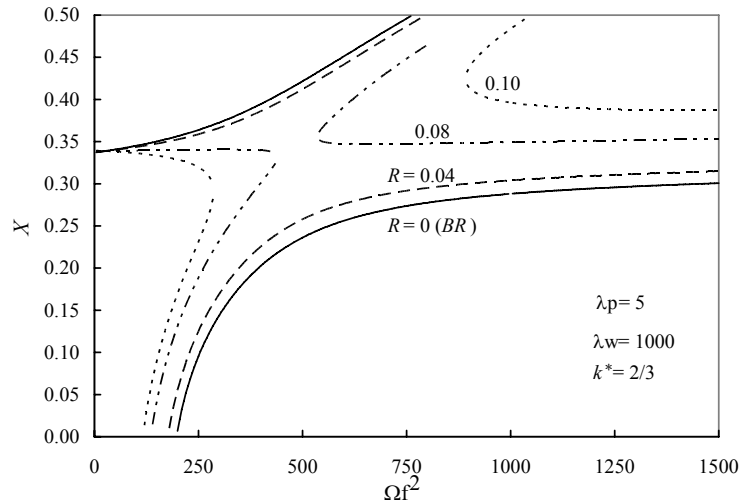
parametresinin bazı değerleri için iki çözüm olduğu görülmektedir. Çözümlerden biri için (şekillerde altta kalan eğriler) ayrılma noktası R 'nin büyümesi ile büyürken, diğer çözüm için -frekansa bağlı olarak- küçülebilmektedir. Şekil 6'da, kesit kayma faktörünün (k^*) farklı değerleri için ayrılma noktasının frekansla değişimi verilmiştir. Şekilden, kayma faktörü değerinin büyümesi ile ayrılma noktasının da küçüldüğü görülmektedir. Şekil 7 ve Şekil 8' de, R ve k^* parametrelerinin düşey yer değiştirmeler üzerindeki etkisi verilmiştir. Şekilden, R 'nin büyümesi ile düşey yer değiştirmelerin büyüdüğü, buna karşın k^* değerlerinin büyümesi ile de yer değiştirmelerin küçüldüğü görülmektedir.



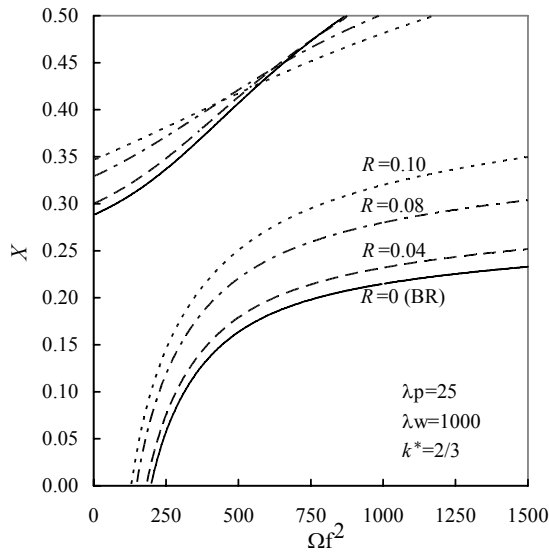
Şekil 2. Farklı λ_w değerleri için ayrılma noktasının frekans ile değişimi.



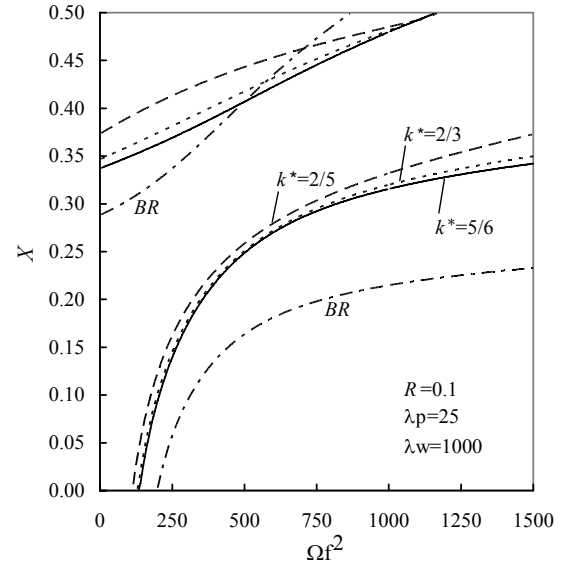
Şekil 3. Farklı λ_p değerleri için ayrılma noktasının frekans ile değişimi.



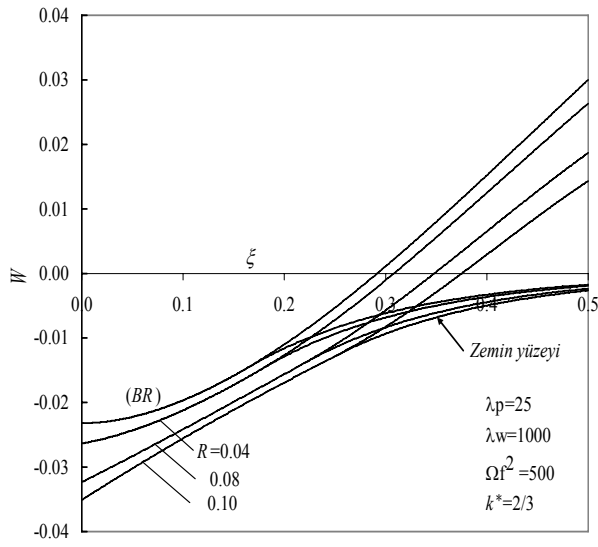
Şekil 4. Farklı R değerleri için ayrılma noktasının frekansla değişimi. (BR: Bernoulli-Euler kirişi)



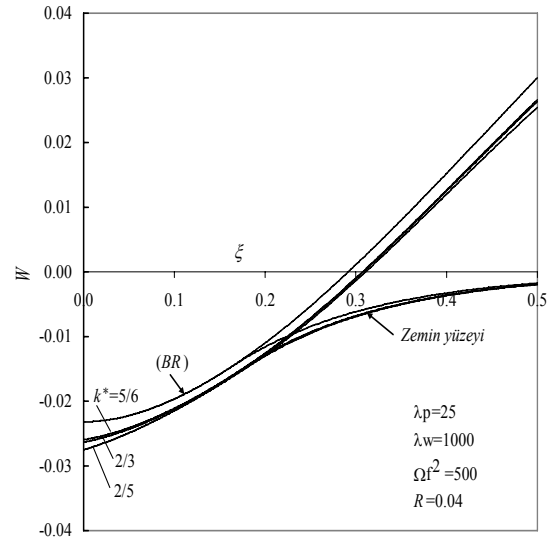
Şekil 5. Farklı R değerleri için ayrılma noktasının frekans ile değişimi.



Şekil 6. Kesit kayma faktörünün farklı değerleri için ayrılma noktasının frekans ile değişimi.



Şekil 7. Farklı R değerleri için kiriş elastik eğrileri ile zemin yüzeyinin durumu.



Şekil 8. Farklı k^* değerleri için kiriş elastik eğrileri ile zemin yüzeyinin durumu.

KAYNAKLAR

- [1] Kerr, A. D., “Elastic and Viscoelastic Foundation Models”, *Journal of App. Mech.*, 31, 491-98, 1964.
- [2] Tsai, N. C., Westmann, R. E., “Beams on Tensionless Foundation”, *Journal of the Engg. Mech.*, 93, 1-12, 1967.
- [3] Weitsman, Y., “On Foundations that Reacts in Compression only”, *Journal of Appl. Mech.*, 37(7), 1019-1030, 1970.
- [4] Weitsman, Y., “Onset of Separation Between a Beam and a Tensionless Elastic Foundation Under a Moving Load”, *Int. Journal of Mech. Sciences*, 13, 707-711, 1971.
- [5] Choros, J., Adams, G. G., A “Steadily Moving Load on an Elastic Beam Resting on a Tensionless Winkler Foundation”, *Journal of Appl. Mech.*, 46, 175-180, 1979.
- [6] Lin, L., Adams, G. G., “Beam on Tensionless Elastic Foundation”, *Journal of Engg. Mech.*, 113, 542-553, 1987.
- [7] Kerr, A. D., Coffin, D. W., “Beams on a Two Dimensional Pasternak Base Subjected to Loads that Cause Lift-off”, *Int. J. Solids and Structures*, 28(4), 413-422, 1991.
- [8] Celep, Z., Malaika, A. and Abu-Hussein, M., “Forced Vibrations of a Beam on a Tensionless Foundation”, *Journal of Sound and Vibration*, 128,(2), 235-246, 1989.
- [9] Coşkun, İ., Engin, H., “Nonlinear Vibrations of a Beam on an Elastic Foundation”, *Journal of Sound and Vibration*, 223(3), 335-354, 1999.
- [10] Coşkun, İ., “The Response of a Finite Beam on a Tensionless Pasternak Foundation Subjected to a Harmonic Load”, *European Journal of Mechanics A/Solids*, 22, 151-161, 2003.
- [11] Zhang, Y., Murphy, D. K., “Response of a Finite Beam in Contact with a Tensionless Foundation under Symmetric and Asymmetric Loading”, *Int. Journal of Solids and Structures*, 41, 6745-6758, 2004.
- [12] Wang, T. M. and Stephens, J. E., “Natural Frequencies of Timoshenko Beams on Pasternak Foundation”, *Journal of Sound and Vibration*, 51, 149-155, 1977.
- [13] Yokoyama, T., “Vibrations of Timoshenko Beam-Columns on Two-Parameter Elastic Foundations”, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 20, 355-370, 1991.
- [14] Rosa, D. M. A., “Free Vibrations of Timoshenko Beams on Two-Parameter Elastic Foundation”, *Computers and Structures*, 57, 151-156, 1995.
- [15] Matsunaga, H., “Vibration and Buckling of Deep Beam-Columns on Two-Parameter Elastic Foundations”, *Journal of Sound and Vibration*, 228(2), 359-376, 1999.
- [16] Mously, M. El., “Fundamental Frequencies of Timoshenko Beams Mounted on Pasternak Foundation”, *Journal of Sound and Vibration*, 228(2), 452-457, 1999.
- [17] Kargarnovin, M. H. and Younesian, D., “Dynamics of Timoshenko Beams on Pasternak Foundation Under Moving Load”, *Mechanics Research Communications*, 31, 713-723, 2004.